

EXERCICE N°1

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par: $f(x) = \frac{2\sin^2 x - 3\sin x}{\sin x - 2}$ et on désigne par C_f sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

- 1- Etudier la périodicité de f
- 2- Soit k un entier de $\mathbb{Z}$ Montrer que les droites $D_k: y = \frac{\pi}{2} + k\pi$ sont des axes de symétrie pour la courbe C_f
- 3- Dédurre que le domaine d'étude de f est réduit à $D_E = \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$
- 4- a) Etudier les variations de f sur D_E
b) Tracer la courbe C_f sur l'intervalle $[-\pi, \pi]$ en précisant la Tangente en O
- 5- Soit g la fonction définie sur par: $g(x) = f(|x|)$
Représenter graphiquement la courbe de g dans le même repère

EXERCICE N°2

Soit f la fonction définie par: $f(x) = \sin(2x)$

- 1- Etudier et représenter graphiquement la courbe de f
- 2- Déterminer toutes les axes de symétrie de f et les centres de symétries de C_f
- 3- a) Vérifier que pour tout $x \neq \frac{\pi}{2} + k\pi, k \in \mathbb{Z}$ on a: $\sin 2x = \frac{2\operatorname{tg} x}{1 + \operatorname{tg}^2 x}$
b) Déterminer alors graphiquement le nombre des solutions Dans l'intervalle $\left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ de l'équation: $m\operatorname{tg}^2 x - 2\operatorname{tg} x + m = 0$
Selon le réel m
- 4- Soit g la fonction définie par: $g(x) = 2\cos^2\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ utiliser la courbe de f pour représenter celui de g

EXERCICE N°3

Soit f la fonction définie par: $f(x) = \frac{\sin^2 2x}{-1 + \sin 2x}$

- 1- Préciser le domaine de définition de f
- 2- Montrer que les droites D_k d'équations $x = (2k+1)\frac{\pi}{4}$ sont des axes de symétrie pour C_f

3- Justifier que le domaine d'étude peut se réduire à

$$D_E = \left[\frac{\pi}{4}, \frac{3\pi}{4} \right] \cap D_f$$

4- Etudier les variations de f

5- Construire C_f

6- Soit g la fonction définie par: $g(x) = \frac{\sin^2 2x - \sin 2x + 1}{-1 + \sin 2x}$

a) Montrer que pour tout x dans D_g on a: $g(x) = f(x + \pi) - 1$

b) Dédire alors une construction de C_g

EXERCICE N°4

Soit f la fonction définie sur $\left] -\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right[$ par $f(x) = \tan\left(-\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right)$

1- Montrer que le point $\omega\left(\frac{\pi}{2}, f\left(\frac{\pi}{2}\right)\right)$ est un centre de symétrie pour C_f

2- Dresser le tableau variation de f sur $\left] -\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right[$ et préciser le signe de $f(x)$

3- Montrer que pour tout $x \in \left] -\frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{2} \right[$ on a: $f''(x) = -f'(x)f(x)$. En déduire que ω est un point d'inflexion pour C_f

4- Déterminer une équation cartésienne de la tangente à C_f au point ω

5- Etudier la position de C_f et T_ω

6- Soit $D: y = x - \frac{\pi}{2}$, Montrer qu'il existe deux points A et B symétriques par rapport à ω tel que la tangente à C_f en chacun de ces points sont perpendiculaires à D

7- Construire C_f